

2018~2019学年天津和平区天津市第一中学高一下学期期中数学试卷

一、选择题

1. 以下说法正确的有几个 () .

- ① 四边形确定一个平面;
- ② 如果一条直线在平面外, 那么这条直线与该平面没有公共点;
- ③ 过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行;
- ④ 如果两条直线垂直于同一条直线, 那么这两条直线平行;

- A. 0个 B. 1个 C. 2个 D. 3个

2. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 且 $a \cos B = (\sqrt{2}c - b) \cos A$, 则角 A 的大小为 () .

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

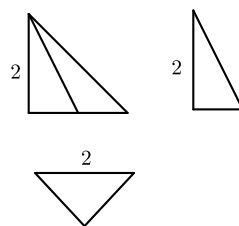
3. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 2$ 且 $\angle BAC = 30^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 () .

- A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

4. 设 α, β, γ 为平面, m, n, l 为直线, 则下列判断正确的是 () .

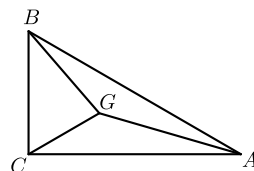
- A. 若 $\alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = l, m \perp l$, 则 $m \perp \beta$. B. 若 $\alpha \cap \gamma = m, \alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$, 则 $m \perp \beta$.
C. 若 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma, m \perp \alpha$, 则 $m \perp \beta$. D. 若 $n \perp \alpha, n \perp \beta, m \perp \alpha$, 则 $m \perp \beta$.

5. 某三棱锥的三视图如图所示, 其俯视图是一个等腰直角三角形, 则此三棱锥的体积为 () .



- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. 2

6. 点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心, $AB = 2, BC = 1, \angle ABC = 60^\circ$, 则 $\vec{AG} \cdot \vec{CG} = ()$.



- A. $-\frac{5}{9}$ B. $-\frac{9}{8}$ C. $\frac{5}{9}$ D. $\frac{1}{9}$

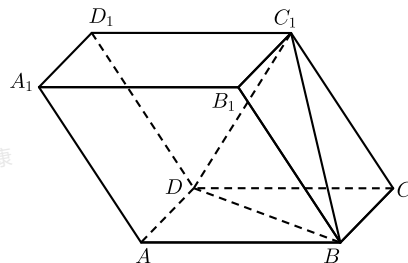
7. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 O 是正方形 $ABCD$ 的中心, 关于直线 A_1O 下列说法正确的是 () .

- A. $A_1O \parallel D_1C$ B. $A_1O \parallel$ 平面 B_1CD_1
C. $A_1O \perp BC$ D. $A_1O \perp$ 平面 AB_1D_1

8. 一个圆锥 SC 的高和底面直径相等，且这个圆锥 SC 和圆柱 OM 的底面半径及体积也都相等，则圆锥 SC 和圆柱 OM 的侧面积的比值为（ ）.

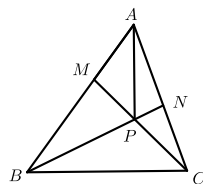
- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{3\sqrt{5}}{4}$ D. $\frac{4\sqrt{5}}{15}$

9. 平行六面体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是菱形，且 $\angle C_1CB = \angle C_1CD = \angle BCD = 60^\circ$ ， $CD = 2$ ， $C_1C = \frac{3}{2}$ ，则二面角 $C_1 - BD - C$ 的平面角的余弦值为（ ）.



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

10. 如图，在 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 上分别取点 M 、 N ，使 $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ ， $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ ， BN 与 CM 交于点 P ，若 $\overrightarrow{BP} = \lambda\overrightarrow{PN}$ ， $\overrightarrow{PM} = \mu\overrightarrow{CP}$ ，则 $\frac{\lambda}{\mu}$ 的值为（ ）.

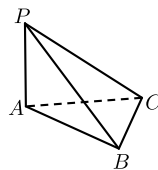


- A. $\frac{8}{3}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{1}{6}$ D. 6

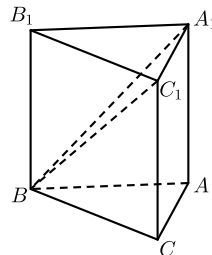
二、填空题

11. 已知向量 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = 1$ ， $|\vec{b}| = 2$ ， $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{5}$ ，则 $|2\vec{a} - \vec{b}| = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 如图， $PA \perp$ 平面 ABC ， $\angle ACB = 90^\circ$ 且 $PA = AC$ ， $AC = 2BC$ ，则异面直线 PB 与 AC 所成的角的正切值等于 _____.



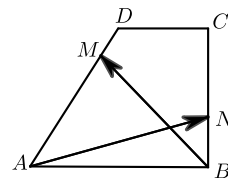
13. 如图，在直棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $AB \perp AC$ ， $AB = AC = AA_1 = 2$ ，则二面角 $A_1 - BC_1 - C$ 的平面角的正弦值为 _____.



14. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A 、 B 、 C 的对边分别为 a 、 b 、 c ， $2b(2b - c) \cos A = a^2 + b^2 - c^2$ ，则内角 A 的值为 _____.

15. 已知正方形 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1, 点 E 是棱 BB_1 的中点, 则点 B_1 到平面 ADE 的距离为 _____ .

16. 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$, $AB = AD = 2$, 若 M 、 N 分别是边 AD 、 BC 上的动点, 满足 $\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BN} = (1 - \lambda) \overrightarrow{BC}$, 其中 $\lambda \in (0, 1)$, 若 $\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{BM} = -2$, 则 λ 的值为 _____ .



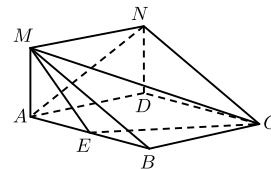
三、解答题

17. 设 $f(\alpha) = \vec{m} \cdot \vec{n}$, 其中向量 $\vec{m} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \frac{\alpha}{4}, \frac{1}{2} \right)$, $\vec{n} = \left(2 \sin \frac{\alpha}{4}, \cos \frac{\alpha}{2} - 1 \right)$.

(1) 若 $f(\alpha) = -1$, 求 $\cos \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\alpha}{2} \right)$ 的值.

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A , B , C 的对边分别是 a , b , c , 若 $a \cos B + b \cos A + 2c \cdot \cos C = 0$, 求函数 $f(A)$ 的取值范围.

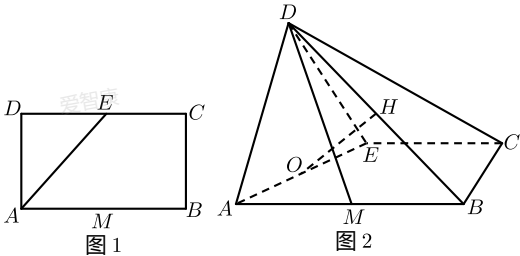
18. 如图, 在几何体中, 四边形 $ABCD$ 是菱形, $ADNM$ 是矩形, 平面 $ADNM \perp$ 平面 $ABCD$, E 为 AB 中点.



(1) 求证: $AN \parallel$ 平面 MEC .

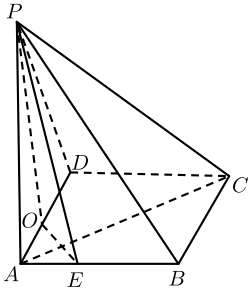
(2) 求证: $AC \perp BN$.

19. 如图1所示，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 2AD = 4$ ， E 为 CD 的中点，沿 AE 将 $\triangle AED$ 折起，如图2所示， O 、 H 、 M 分别为 AE 、 BD 、 AB 的中点，且 $DM = 2$ 。



- (1) 求证： $OH \parallel$ 平面 DEC 。
 (2) 求证：平面 $ADE \perp$ 平面 $ABCE$ 。

20. 如图，四棱锥 $P - ABCD$ 的底面是菱形， $PO \perp$ 底面 $ABCD$ ， O 、 E 分别是 AD 、 AB 的中点， $AB = 6$ ， $AP = 5$ ， $\angle BAD = 60^\circ$ 。



- (1) 求证：平面 $PAC \perp$ 平面 POE 。
 (2) 求直线 PB 与平面 POE 所成角的正弦值。
 (3) 若 F 是边 DC 的中点，求异面直线 BF 与 PA 所成角的正切值。